

**SUJET DE SPÉ. MATHÉMATIQUES  
BAC GÉNÉRAL 2024  
MÉTROPOLE**

**Exercice 1**

**Affirmation 1 : VRAIE**

Déterminons  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

par multiplication des limites on a :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

Déterminons  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$f(x) = 5xe^x = -5x(-xe^x).$$

On pose  $X = -x$

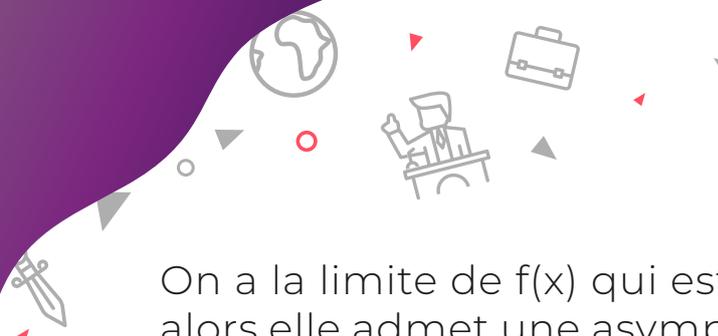
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -5 \lim_{X \rightarrow -\infty} Xe^X$$

Or d'après le théorème des croissances comparées apprise en cours :

$$\lim_{X \rightarrow -\infty} Xe^X = 0$$

Donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -5 \times 0 = 0$$



On a la limite de  $f(x)$  qui est égale à un nombre réel en l'infini alors elle admet une asymptote horizontale d'équation  $y=0$  en  $+\infty$ .

### Affirmation 2 : VRAIE

Déterminons la dérivée de  $f(x)$  :

$f(x) = 5xe^{-x} = u(x) \times v(x)$  en posant

$u(x) = 5x$  qui donne  $u'(x) = 5$  et

$v(x) = e^{-x}$  qui donne  $v'(x) = -e^{-x}$

Alors  $f'(x) = u'v + uv' = 5e^{-x} + 5x(-e^{-x}) = 5e^{-x} - 5xe^{-x}$ .

On remplace  $f(x)$  et  $f'(x)$  :

$f' - f = 5e^{-x} - 5xe^{-x} + 5xe^{-x} = 5e^{-x}$ .

Donc  $f(x)$  est bien solution de l'équation différentielle (E).

### Affirmation 3 : FAUX

Contre-exemple : La suite définie par  $v_n = u_n$  si  $n$  est pair et  $v_n = w_n$  si  $n$  est impair vérifie la condition  $u_n \leq v_n \leq w_n$  pour tout entier  $n$  mais ne converge pas.

Contre-exemple :  $v_n = (-1)^n$  est une suite dont tous les termes appartiennent à l'intervalle  $[-1 ; 1]$ , et pourtant elle n'est pas convergente.

### Affirmation 4 : VRAIE

Si  $(u_n)$  est croissante alors  $\forall n \in \mathbb{N}, u_0 \leq u_n$ .

Si  $(w_n)$  est croissante alors  $\forall n \in \mathbb{N}, w_0 \leq w_n$ .

On a alors l'inégalité suivante pour tout entier  $n$  :

$u_0 \leq u_n \leq v_n \leq w_n \leq w_0$ .

En particulier,  $u_0 \leq v_n \leq w_0$



**Suite du corrigé à venir**