SUJET DE MATHÉMATIQUES BREVET 2024 WASHINGTON

Exercice 1 :

1. Soit x la moyenne de la série : $X = \dfrac{12 + 15 + 10 + 13}{5} = 11{,}4$

L'affirmation A est VRAIE.

2. On range la série dans l'ordre croissant : 7 - 10 - 12 - 13 - 15. La médiane est la valeur centrale de la série. Il y a un nombre de valeurs impair. Donc une seule valeur centrale (ici la troisième). La médiane est 12.

L'affirmation B est FAUSSE.

3. "On calcule la vitesse en m/s. $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{20}{6} \approx 3{,}33$ m/s

On convertit en km/h. Rappel 1 h = 3 600 s et 1 km = 1 000 m. Il faut donc multiplier par 3 600 puis diviser par 1 000. On reprend les valeurs exactes.

$$v = \frac{20}{6} \times \frac{3600}{1000} = \frac{20 \times 6 \times 600}{6 \times 20 \times 50} = \frac{60}{5} = 12 \text{ km/h}$$

L'affirmation C est FAUSSE.

4. Entre 1 et 15, on liste les nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 . Il y en a 6.
Donc la probabilité est de $\frac{6}{15}$.

L'affirmation D est FAUSSE

5. Soit k, le coefficient d'agrandissement. On sait que l'homothétie est de rapport – 3. Donc k = 3.

$Aire_{A'B'C'} = k^2 \times Aire_{ABC}$

or $k^2 = 9$
donc $Aire_{A'B'C'} = 9 \times Aire_{ABC}$

L'affirmation E est FAUSSE

Exercice 2 :

1. On choisit 2 comme nombre de départ :
Pour la partie de gauche :
(2 + 2) × 4 = 16

Pour la partie de droite :
2 × 5 + 3 = 13

On multiplie les deux résultats :
16 × 13 = 112

2. Avec – 3 :
$[(-3 + 2) \times 4]$ (-3 × 5 + 3)
= -1 × 4 × (-15 + 3)
= -4 × (-12)
= 48

Crochets inutiles mais permet une bonne lisibilité

3. On reprend l'expression de la question précédente en remplaçant – 3 par x.
$(x + 2) \times 4 \times (5x + 3)$ EXPRESSION D.

4. On résout l'équation :
$(x + 2) \times 4 \times (5x + 3) = 0$ Équation produit nul.
$x + 2 = 0$ ou $5x + 3 = 0$
$x = -2$ ou $x = -\frac{3}{5}$
Les solutions de l'équation sont -2 et $-\frac{3}{5}$.

Donc on peut obtenir 0 avec les nombres -2 et $-\frac{3}{5}$ au départ.

5. $B = (4x + 2)(5x - 3)$ Développement de la double distributivité
$B = 4x \times 5x + 4x \times (-3) + 2 \times 5x + 2 \times (-3)$
$B = 20x^2 - 12x + 10x - 6$
$B = 20x - 2x - 6$

Exercice 3 :

1. On calcule le nombre de 3 entrées avec le tarif classique :
$C = 3 \times 11 = 33$ €
La personne va payer 33 €.

2. On calcule le tarif pour une personne qui prend 8 places avec le tarif essentiel.
$E = 50 + 8 \times 5$
$= 50 + 40$
$= 90$
La personne paie 90 €.

3. La fonction f est associée au tarif essentiel.
La fonction g est associée au tarif liberté.
La fonction h est associée au tarif classique.

4. Le tarif classique propose un prix proportionnel au nombre d'entrées, car la droite (d_1) passe par l'origine (intersection des deux axes) du repère.

5. a. On lit graphiquement l'abscisse du point où l'ordonnée de la droite (d_2) est 150. On lit 20 entrées.

b. On lit graphiquement les abscisses où la droite (d_3) est en dessous de (d_2). On lit qu'à partir de 38 entrées les tarifs sont équivalents, donc à partir de 39 la formule liberté est la moins chère.

c. On lit graphiquement les abscisses où les droites admettent 200 en ordonnées. On lit $x = 30$ pour la droite (d_2) et x=18 pour (d_1). C'est donc le tarif essentiel qui permet d'acheter le plus d'entrées avec 200 €

Exercice 4 :

1. HGFE est un rectangle, donc HG = EF = 6 m
Les points E, F et J sont alignés, donc :
FJ = EJ - EF = 10 - 6 = 4 m

2. On calcule GJ.
Le triangle GJF est rectangle en F. D'après le théorème de Pythagore :
$GJ^2 = GF^2 + FJ^2$
$GJ^2 = 3^2 + 4^2$
$GJ^2 = 9 + 16$
$GJ^2 = 25$
Donc $GJ = \sqrt{25} = 5$ m car $GJ > 0$
On en déduit le périmètre P de HGJE :
P = HG + GJ + JE + EH
= 6 + 5 + 10 + 3
= 24 m
Ils doivent prévoir 24 m de planches au minimum pour leur terrasse.

3. a. On calcule la surface S de HGJE qui est un trapèze rectangle.

$$S = \frac{(b + B) \times h}{2}$$

$$= \frac{(6 + 10) \times 3}{2}$$

(Sinon on peut faire la somme des surfaces du triangle et du rectangle.)

$= 24$ m²

On en déduit le volume V de la terrasse.

$V = S \times h'$ avec $h' = 15$ cm $= 0{,}15$ m

$V = 24 \times 0{,}15 = 3{,}6$ m³

Donc le volume de la terrasse est inférieur à 4 m³.

b. On calcule la masse c de ciment pour 4 m³.

$c = 4 \times 250 = 1\,000$ kg

Ils doivent prévoir 1 000 kg de ciment pour couler leur terrasse.

c. Soit g la masse de gravier et s la masse de sable. D'après les ratios, on a :

$$\frac{2}{7} \times \frac{1\,000}{g} = \text{donc } g = \frac{7 \times 1\,000}{2} = 3\,500 \text{ kg}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{1\,000}{s} = \text{donc } s = \frac{5 \times 1\,000}{2} = 2\,500 \text{ kg}$$

Il leur faudra 3 500 kg de gravier et 2 500 kg de sable.

4. On calcule la surface totale qu'ils doivent peindre. Comme ils appliquent deux couches, il faut doubler la surface S calculée en 3a.

$2S = 2 \times 24 = 48$ m²

On en déduit la contenance C de peinture nécessaire. Sachant qu'il faut 1 litre pour 5 m².

$C = 48 \div 5 = 9{,}6$ L

Il leur faut 9,6 L de peinture.

On calcule enfin le prix de la peinture.

Avec l'option A , il faudra 2 pots de 5 L avec le deuxième pot à 50 % du prix initial.

$$A = 79{,}90 + 79{,}90 \times \frac{50}{100}$$

$A = 79{,}90 + 39{,}95$

$A = 119{,}85$ €

Avec l'option B , il achète 1 pot de 10 L.
B = 129,90 €
On a A < B, donc le coût minimum est de 119,85 €.

Exercice 5 :

Partie A

1. On sait que $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 60°$
Or la somme des angles dans un triangle est égale à 180°.
Donc $\widehat{BCA} = 180 - 2 \times 60 = 60°$
Le triangle ABC a 3 angles de 60°, donc il est équilatéral.

2. On sait que le triangle DCE est un triangle équilatéral. Donc $\widehat{DEC} = 60°$. Les angles $\widehat{DEC}$ et $\widehat{BAC}$ sont des angles alternes-internes.
Si deux angles alternes-internes sont égaux, alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.
Donc (DE) et (AB) sont parallèles.

Partie B

1. Au départ, la position du lutin est en (0 ; 0), puis en ligne 2 il se place aux coordonnées (– 180 ; – 150).

2. Il faut saisir 240 en ligne 4, car 1 pas représente 1 mm et AB = 240 mm.

3. En ligne 5, le programme trace le grand triangle et le lutin est alors dans la position de la ligne 2. La ligne 6 et la ligne 7 permettent de placer le lutin au point C, donc le lutin est en G3.

4. CE=80 mm et AB=240 mm. On a $\frac{AB}{CE} = \frac{240}{80} = 3$

Donc les côtés de DCE sont 3 fois plus petits que ceux de ABC, ce qui explique que l'on divise la variable côté par 3.